

Junio 4, 2010

Monos al teclado II: Kolmogorov y la entropía del Universo

Categoría: [Sin categoría](#) — dccuchile - 11:47 am

Por Gonzalo Navarro, profesor del Departamento de Ciencias de la Computación, FCFM, Universidad de Chile.



En la Columna anterior consideraba la posibilidad de sentar un mono al teclado y las proezas literarias que éste podría lograr si le tuviéramos suficiente paciencia. Pero nunca dije si me refería a un teclado de máquina de escribir o de computador. ¿Es lo mismo?

Andrei Kolmogorov, un matemático ruso nacido a comienzos de siglo y que se divertía en su adolescencia diseñando máquinas de movimiento perpetuo cuya trampa sus profesores no podían descubrir, nos dio una de las definiciones más importantes sobre la cantidad de información (o *entropía*) que contiene un mensaje.

A diferencia de Shannon, que para poder medir la entropía partía por suponer que el mensaje era generado por una cierta fuente permanente con un comportamiento estable, Kolmogorov propuso una forma de medir la cantidad de información de un mensaje *per se*. Si yo tiro una moneda 100 veces, ¿cuánta información le doy a usted al decirle la secuencia de caras y sellos que obtuve? Hay dos posibilidades en cada caso, por lo cual se necesitan 100 bits para representar mi mensaje y no hay nada más que hacer. Y si yo le entrego los 100 primeros caracteres de un cuento que usted no conoce, y suponemos que entre letras y separadores tenemos 32 ($= 2^5$) caracteres distintos, ¿cuántos bits necesito para comunicárselo? Tienta decir que 5 bits por carácter, total 500 bits. Pero digamos que el texto está en español. Entonces usted sabe que después de la 'q' probablemente viene la 'u' y después, salvo excepciones, la 'e' ó la 'i', por lo que tal vez no se necesiten 5 bits. Este tipo de regularidades son las que explotan los compresores.

Sigamos. ¿Cuánta información necesito darle a usted para transmitirle los primeros 100 dígitos de π ? Muy poca, porque π es una constante conocida y usted mismo puede generarla. Necesito transmitirle solamente el número 100. ¿Y la raíz cúbica de 300? ¿Y el primer primo p de 100 dígitos tal que $p + 2$ también es primo? **Kolmogorov unificó todas estas ideas en un concepto asombrosamente simple que se puede llamar "entropía algorítmica" de un texto, más conocido como "Complejidad de Kolmogorov" de un mensaje: *Es el largo del programa de computador más corto que imprime ese mensaje.***

Curiosamente no importa en qué lenguaje ni para qué tipo de computador se escriba ese programa. Para cambiar de lenguaje basta escribir uno en el nuevo lenguaje que interprete y simule el programa escrito en el antiguo lenguaje. El largo del nuevo programa sería el del antiguo (que debe almacenarlo para poder interpretarlo) más el de la rutina que interpreta. El largo de ésta última no depende de la extensión del texto, por lo cual su tamaño pierde importancia para textos suficientemente largos.

Cualquier técnica de compresión que uno imagine está contemplada en esta definición: si usted puede comprimir las obras de Shakespeare usando zip, bzip2 ó su compresor favorito, entonces el descompresor más el archivo comprimido forman un programa capaz de imprimir el texto original.

Como muchas preguntas interesantes, saber cuál es la complejidad de Kolmogorov de un cierto texto no es computable. La demostración muestra que, si lo fuera, podríamos usar el programa que calcula esta complejidad para imprimir una cadena de complejidad de Kolmogorov mayor al largo de ese programa, lo que contradice su definición. A pesar de su 'incomputabilidad', el concepto es muy útil en Computación e incluso en Bioinformática, por ejemplo, para determinar cuánto deben parecerse dos secuencias de

Archivos

- [Monos al teclado II: Kolmogorov y la entropía del Universo](#)
- [La lógica de Twitter: ¿se puede razonar en poco espacio?](#)
- [Twitter: el mundo de las pildoritas de pensamiento](#)
- [Sistemas criptográficos RSA: seguros mientras no se demuestre lo contrario](#)
- [Monos al teclado, la ley del menor esfuerzo y los buscadores Web](#)
- [El futuro de la Web: ¿nuestro futuro?](#)
- [China ¿en guerra contra Internet?](#)
- [Un computador \(digital\) por niño](#)
- [El retraso en el cambio de hora: ¿cierto o desacierto?](#)
- [Codd: ¿Cómo darle un buen diseño a los datos?](#)

Otros Blogueros

-  **Belisario Iturra Peralta**
(Noticias)
-  **Claudio Uson**
(Tecnología)
-  **Juan Guillermo Tejeda**
(Noticias)
-  **Tomás Flores**
Economista (Invertia)
-  **Ximena Torres Cautivo**
(Libros)

ADN para poder decir que su parecido no es casual sino producto de, por ejemplo, cercanía evolutiva.

Volvamos a nuestro mono al teclado. Los mejores compresores suelen comprimir los textos en lenguaje natural hasta unos 1,6 bits por carácter. Eso quiere decir que, si bien una obra de Shakespeare de largo n , suponiendo 32 caracteres distintos, necesitaría $5n$ bits sin comprimir, su complejidad de Kolmogorov no sería más que $1,6n$ bits. Es decir, existe un programa de computador de largo $1,6n$ bits que, si lo ejecutamos, genera la obra de Shakespeare.

Ahora bien, si sentamos un mono frente a nuestro teclado de 32 teclas en *una máquina de escribir*, la probabilidad de que escriba la obra es $1/32^n$, muy baja ciertamente. Pero si lo sentamos frente a un teclado de *computador*, la probabilidad de que escriba *un programa* que al ejecutarlo escriba la obra es aún muy baja, pero infinitamente mayor que antes: aproximadamente $1/3^n$ (pues $2^{1.6} = 3,03\dots$). **El computador funciona como un amplificador de inteligencia, en cierto modo: ¡el mono tiene muchas mayores chances de escribir algo relevante sentado frente a un computador que frente a una máquina de escribir!**

Para desdramatizar la situación recordemos que muchísimo más probable aún es que el mono tipee un programa que imprima n veces la letra 'a', un texto muy poco interesante.

Miro por mi ventana y veo las últimas ramificaciones de un árbol. Finalmente brotan las hojas, muy pequeñas, formando un patrón de bifurcaciones cada vez menores. Las leyes que generan esta belleza están codificadas en un trozo no tan largo de ADN y un mecanismo biológico lo interpreta y lo hace realidad. Se necesitaría una descripción muchísimo más larga (tal vez biológicamente inviable) para generar un árbol donde las hojas aparecieran sin orden ni concierto, pues éstas tendrían una complejidad de Kolmogorov mucho más alta. También existen secuencias de ADN mucho más cortas que la del árbol, pero las demasiado cortas no producen especímenes viables, tal como la secuencia de 'a's no es interesante.

Es normal maravillarse con el orden que existe en el Universo, la simetría y la regularidad, a cambio del caos absoluto, que es mucho más probable por haber muchas más configuraciones caóticas que ordenadas. Una buena y conocida explicación a este fenómeno (especulativa, claro) es que podrían existir todos los universos simultáneamente, y sólo los que producen cierta estructura generan también observadores que se maravillan con él. Si imaginamos al Universo como la manifestación de un mecanismo (análogo a un computador) que obedece leyes (análogas a un programa), podemos esperar que este Universo ordenado sea el resultado de un programa lo más corto posible, o las leyes lo más simples posibles que generen un Universo "interesante" (es decir, con observadores). Esto nos da esperanzas de que algún día seamos capaces de comprender del todo estas leyes y ¡lo más probable es que sean simples! Esta idea de que la explicación más factible a un fenómeno es la más simple posible se conoce como la *navaja de Occam*; uno de los pilares de la Ciencia.

¿He dicho ya que la Computación nos enseña mucho sobre nosotros mismos?

[permalink](#) [trackback](#)
[Comentarios \(2\)](#)
[« Older Posts](#)